CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2306; OMAP-200-2306; OMAP-240-2306; OMAP-400-2306; OMAP-500-2306; OMAP-600-2306; OMAP-700-2306; OMAP-720-2306; OMAP-740-2306; OMAP-750-2306; OMAP-C00-2306; OMAP-Z00-2306; OMAP-A29-2306; OMAU-C00-2306; OMAU-C70-2306; OMAU-CZ1-2306
Termin egzaminu:	13 czerwca 2023 r.
Zastrzeżenia	Materiały wyłącznie do użytku wewnętrznego przez uprawnione osoby

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […] diagramów słupkowych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne. VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: […] centymetr […] metr […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022 poz. 1591).

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich […] ilorazu. VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 5) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: […] kilogram, tona.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje […] ułamki dziesiętne w pamięci […] lub pisemnie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BC

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży […] potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 5) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał *n* kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) […] zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VIII. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np. $1 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na […] losowaniu np. kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i danym czasie, […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności […] trapezu […]; 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta; 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzenie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności […] równoległoboku. XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole […] równoległoboku […] przedstawionych na rysunku […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 5) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów prostych i prawidłowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BC

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.$^{\circ}\mathrm{C}$ – OC)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2, m_2 - m^2$).

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia łącznej liczby monet dwuzłotowych, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (90)
  LUB
- przedstawienie poprawnego rozwiązania w sposób graficzny, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (90).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia łącznej liczby monet dwuzłotowych, np. zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia wszystkich monet dwuzłotowych:
  $30 + \left(\frac{24 \cdot 5}{2}\right) = x$
  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia łącznej liczby monet dwuzłotowych, np.
  $(24 \cdot 5 : 2) + 30$,
  LUB
- obliczenie liczby monet dwuzłotowych po zamianie połowy monet pięciozłotowych (60).

0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Oznaczymy liczbę wszystkich monet dwuzłotowych jako x.

Liczbę monet dwuzłotowych po zamianie połowy monet pięciozłotowych możemy zapisać jako $\frac{24 \cdot 5}{2}$.

Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$30 + \left(\frac{24 \cdot 5}{2}\right) = x$$

$$30 + 60 = x$$

$$x = 90$$

Odpowiedź: Wojtek ma teraz 90 monet dwuzłotowych.

II sposób

Obliczymy połowę liczby monet pięciozłotowych:

$$48 : 2 = 24$$

Obliczymy wartość połowy monet pięciozłotowych:

$$24 \cdot 5 = 120 \text{ (zł)}$$

Liczba monet dwuzłotowych odpowiadająca wartości 120 zł jest równa:

$$120 : 2 = 60$$

Zatem obliczymy liczbę wszystkich monet dwuzłotowych, które ma Wojtek jest równa:

$$30 + 60 = 90$$

Odpowiedź: Wojtek ma teraz 90 monet dwuzłotowych.

III sposób

Obliczymy połowę liczby monet pięciozłotowych:

$$48 : 2 = 24$$

Oznaczymy liczbę monet dwuzłotowych o wartości połowy liczby monet pięciozłotowych jako x
Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę monet dwuzłotowych o wartości 24 monet pięciozłotowych:

$$24 \cdot 5 = x \cdot 2$$

$$2x = 120$$

$$x = 60$$

Obliczymy łączną liczbę monet dwuzłotowych, które ma Wojtek:

$$30 + 60 = 90$$

Odpowiedź: Wojtek ma teraz 90 monet dwuzłotowych.

Zadanie 17. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby książek w języku francuskim, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (40)
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb książek w języku francuskim **z uwzględnieniem** liczby 40, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczby książek w języku francuskim (40).

2 punkty

- zapisanie poprawnego równania, w którym niewiadomą jest liczba książek w jednym z języków obcych (włoskim (w) albo niemieckim (n) albo angielskim (a) albo francuskim (f) np.:
  $w + 3w + 2 \cdot 3w + w + 20 = 240$
  albo
  $n + \frac{n}{3} + 2 \cdot n + \left(\frac{n}{3} + 20\right) = 240$
  albo
  $a + \frac{a}{2} + \frac{a}{6} + \left(\frac{a}{6} + 20\right) = 240$
  albo
  $f + (f - 20) + 3 \cdot (f - 20) + 2 \cdot 3 \cdot (f - 20) = 240$
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb książek w języku francuskim **z uwzględnieniem** liczby 40,
  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla jednej liczby (40) książek w języku francuskim ***oraz*** prawidłowe obliczenia.

1 punkt

- zapisanie za pomocą wyrażeń algebraicznych z jedną zmienną poprawnych zależności między liczbą książek napisanych w każdym z czterech języków np.:
  w – liczba książek w języku włoskim
  $3w$ – liczba książek w języku niemieckim
  $2 \cdot 3w$ – liczba książek w języku angielskim

$w + 20$ – liczba książek w języku francuskim
albo
n – liczba książek w języku niemieckim
$\frac{n}{3}$ – liczba książek w języku włoskim
$2 \cdot n$ – liczba książek w języku angielskim
$\frac{n}{3} + 20$ – liczba książek w języku francuskim
albo
a – liczba książek w języku angielskim
$\frac{a}{6}$ – liczba książek w języku włoskim
$\frac{a}{2}$ – liczba książek w języku niemieckim
$\frac{a}{6} + 20$ – liczba książek w języku francuskim
albo
f – liczba książek w języku francuskim
$f - 20$ – liczba książek w języku włoskim
$3 \cdot (f - 20)$ – liczba książek w języku niemieckim
$2 \cdot 3 \cdot (f - 20)$ – liczba książek w języku angielskim
LUB

- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb książek w języku francuskim **bez uwzględnienia** liczby 40.

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Oznaczymy liczbę książek w języku włoskim jako w.
Zapiszemy za pomocą wyrażeń algebraicznych z jedną zmienną liczbę książek w pozostałych językach:
w języku niemieckim: $3w$
w języku angielskim: $2 \cdot 3w$
w języku francuskim: $w + 20$

Liczba książek w czterech językach dostarczona do księgarni jest równa 240, zatem zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$w + 3w + 2 \cdot 3w + w + 20 = 240$$
$$11w = 220$$
$$w = 20$$

Obliczymy liczbę książek w języku francuskim:

$$20 + 20 = 40$$

Odpowiedź: Do księgarni dostarczono 40 książek napisanych w języku francuskim.

II sposób

Oznaczymy liczbę książek w języku niemieckim jako n.

Książek w języku włoskim było 3 razy mniej niż w języku niemieckim, czyli $\frac{n}{3}$

Książek w języku angielskim było 2 razy więcej niż w języku niemieckim, czyli $2 \cdot n$

Książek w języku francuskim było o 20 więcej niż w języku włoskim, czyli $\frac{n}{3} + 20$

Do księgarni dostarczono łącznie 240 książek w tych językach.

Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$n + \frac{n}{3} + 2 \cdot n + \left(\frac{n}{3} + 20\right) = 240 \quad / \cdot 3$$

$$3n + n + 6n + (n + 60) = 720$$

$$11n = 720 - 60$$

$$11n = 660$$

$$n = 60$$

Obliczymy liczbę książek w języku francuskim:

$$\frac{n}{3} + 20 = \frac{60}{3} + 20 = 40$$

Odpowiedź: Do księgarni dostarczono 40 książek napisanych w języku francuskim.

III sposób

Metoda prób i błędów.

Język	Liczba książek w czterech językach uwzględniająca zależności między nimi			
włoski	10	15	20	25
niemiecki	30	45	60	75
angielski	60	90	120	150
francuski	30	35	40	45
suma	130	185	240	295
Wniosek	$130 < 240$ (za mało)	$185 < 240$ (za mało)	$240 = 240$ (dobrze)	$295 > 240$ (za dużo)

Odpowiedź: Do księgarni dostarczono 40 książek napisanych w języku francuskim.

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole […] prostokąta […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola prostokąta $ABCD$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką $(28\ \text{cm}^2)$.

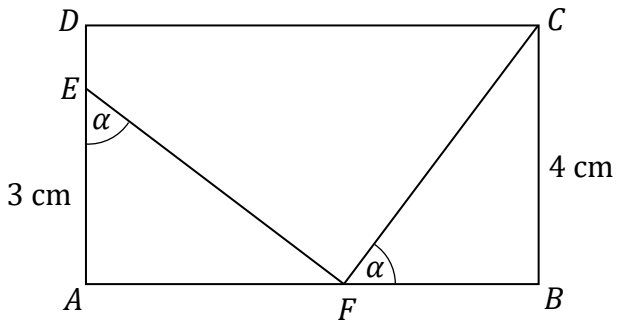
1 punkt
- poprawny sposób obliczenia pola prostokąta $ABCD$, zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia pola prostokąta
  LUB
- obliczenie długości boku AB prostokąta $ABCD$ $(7\ \text{cm})$.

0 punktów
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

Uwagi
1. Poprawność stosowania jednostek ocenia się tylko w wyniku końcowym.
2. Zapisanie niewłaściwej jednostki lub brak jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 2 punkty

I sposób
Odcinek BC jest bokiem prostokąta $ABCD$ oraz przyprostokątną trójkąta FBC o długości $4\ \text{cm}$.
Długości przyprostokątnych trójkąta AFE oraz FBC są równe, zatem odcinek AF ma długość $4\ \text{cm}$, a odcinek FB ma długość $3\ \text{cm}$.



Długość boku AB prostokąta jest równa:

$$|AF| + |FB| = |AB|$$
$$4\ \text{cm} + 3\ \text{cm} = 7\ \text{cm}$$

Obliczymy pole prostokąta $ABCD$:

$$P_{ABCD} = |AB| \cdot |BC|$$
$$P_{ABCD} = 7\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 28\ \text{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole prostokąta $ABCD$ jest równe $28\ \text{cm}^2$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzenie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy […] w tym proste i prawidłowe […]; 5) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych i prawidłowych […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia objętości pudełka, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką ($75\ \text{cm}^3$).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia wymiarów średniej i najdłuższej krawędzi pudełka, np. zapisanie:
  $b = 8 - 2 \cdot 2{,}5$ ***oraz*** $c = 15 - 2 \cdot 2{,}5$
  (lub zapisy równoważne jednoznacznie identyfikujące krawędzie pudełka)
  oraz zapisanie lub zastosowanie (zgodnie z oznaczeniami krawędzi przyjętymi na rysunku) wzoru na objętość pudełka, np. zapisanie
  $V = 2{,}5 \cdot b \cdot c$
  (lub zapisy równoważne na symbolach albo liczbach jednoznacznie identyfikujące krawędzie pudełka)
  LUB
- poprawny sposób obliczenia pola jednej ściany pudełka ***oraz*** poprawny sposób obliczenia objętości pudełka, tzn. zastosowanie wzoru na objętość, np. zapisanie:
  $P = 3 \cdot 10$ ***oraz*** $V = P \cdot 2{,}5$
  albo
  $P = 3 \cdot 2{,}5$ ***oraz*** $V = P \cdot 10$
  albo
  $P = 2{,}5 \cdot 10$ ***oraz*** $V = P \cdot 3$
  (lub zapisy równoważne na symbolach albo liczbach jednoznacznie identyfikujące krawędzie pudełka),
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi ***oraz*** poprawny sposób obliczenia objętości pudełka, tzn. zastosowanie wzoru na objętość i podstawienie wartości liczbowych do wzoru, np. zapisanie $V = 2{,}5 \cdot 3 \cdot 10$.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia wymiarów średniej lub najdłuższej krawędzi pudełka po odcięciu kwadratów, np. zapisanie:
  $b = 8 - 2 \cdot 2{,}5$ lub $c = 15 - 2 \cdot 2{,}5$
  (lub zapisy równoważne jednoznacznie identyfikujące krawędzie pudełka)
  LUB
- poprawny sposób obliczenia pola jednej ściany pudełka, np. zapisanie:
  $P = 3 \cdot 10$
  albo
  $P = 3 \cdot 2{,}5$
  albo
  $P = 2{,}5 \cdot 10$
  (lub zapisy równoważne jednoznacznie identyfikujące krawędzie pudełka),
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) prawidłowych długości krawędzi pudełka $2{,}5\ (\text{cm}), 3\ (\text{cm}), 10\ (\text{cm})$.

0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

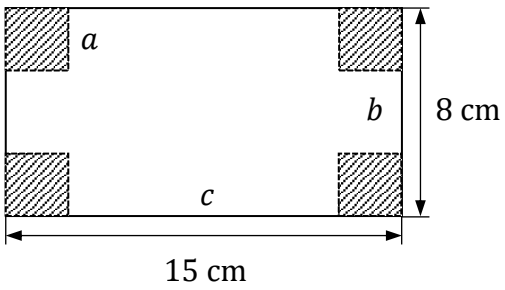
Uwagi

1. Jeżeli uczeń ustali nieprawidłowe długości dwóch krawędzi (np. zapisze na rysunku) bez zapisania sposobu obliczenia każdej z nich, to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 punktów.
2. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze np. linijką.
3. Poprawność stosowania jednostek ocenia się tylko w wyniku końcowym.
4. Zapisanie niewłaściwej jednostki objętości lub brak jednostki objętości w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Oznaczymy bok wyciętego kwadratu jako $a = 2{,}5\ \text{cm}$.



Obliczymy długość krawędzi prostopadłościennego pudełka, po wycięciu kwadratów:

$$b = 8 - 2 \cdot 2{,}5 = 3\ \text{cm}$$

$$c = 15 - 2 \cdot 2{,}5 = 10\ \text{cm}$$

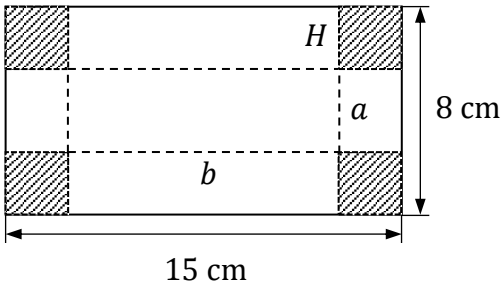
Obliczymy objętość pudełka:

$$V = 2{,}5\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość tego pudełka jest równa $75\ \text{cm}^3$.

II sposób

Oznaczymy krawędzie pudełka jako a, b oraz wysokość jako H.



Wysokość pudełka ma taką samą długość jak bok jednego z wyciętych kwadratów:

$$H = 2{,}5\ \text{cm}$$

Obliczymy długość krawędzi pudełka:

$$a = 8\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 3\ \text{cm}$$

$$b = 15\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$$

Obliczymy pole jednej ściany pudełka:

$$P_p = a \cdot b$$

$$P_p = 3\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 30\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy objętość pudełka:

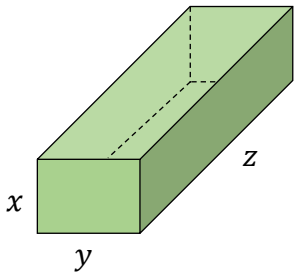
$$V = P_p \cdot H$$

$$V = 30\ \text{cm}^2 \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość tego pudełka jest równa $75\ \text{cm}^3$.

III sposób

Narysujemy pudełko po złożeniu i oznaczymy krawędzie jako x, y oraz najdłuższą krawędź jako z.



Krawędź x pudełka ma długość równą długości boku kwadratu $2{,}5\ \text{cm}$.

Obliczymy długość drugiej krawędzi i najdłuższej krawędzi pudełka:

$$y = 8 - 2 \cdot 2{,}5 = 3\ \text{cm}$$

$$z = 15 - 2 \cdot 2{,}5 = 10\ \text{cm}$$

Obliczymy pole jednej ściany pudełka:

$$P = x \cdot y$$

$$P = 3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy objętość pudełka:

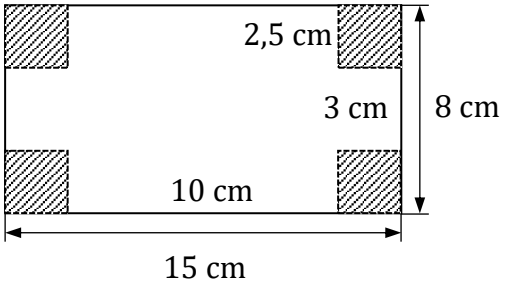
$$V = P \cdot z$$

$$V = 7{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 10\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość tego pudełka jest równa $75\ \text{cm}^3$.

IV sposób

Długość boku każdego z wyciętych kwadratów jest równa $2{,}5\ \text{cm}$.
Oznaczymy na rysunku długości pozostałych boków:



Obliczymy objętość pudełka:

$$V = 2{,}5\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość tego pudełka jest równa $75\ \text{cm}^3$.