CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2406 OMAP-200-2406 OMAP-400-2406 OMAP-700-2406 OMAP-C00-2406 OMAU-C00-2406
Termin egzaminu:	11 czerwca 2024 r.
Data publikacji dokumentu:	21 czerwca 2024 r.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 2) porównuje liczby całkowite.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje […] ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych) lub pisemnie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022 poz. 1591).

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne: 12) porównuje ułamki (zwykłe […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne i dokonuje przy tym redukcji wyrazów podobnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 1) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej; 3) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B2

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta. XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 2) oblicza liczbę *a* równą *p* procent danej liczby *b*; 3) oblicza, jaki procent danej liczby *b* stanowi liczba *a*.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AC

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	VIII. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AC

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	XVIII. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 1) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: […] centymetr, […] metr […]; 6) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 4) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 5) oblicza ułamek danej liczby naturalnej. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy […] w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – OC)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […] diagramów słupkowych […]. XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) […] oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia prawdopodobieństwa, że losowo wybrany zawodnik zdobył ponad 20 punktów, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik $\left(\frac{4}{11}\right)$.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia liczby wszystkich zawodników biorących udział w grze *Kulki*
LUB
- zapisanie liczby wszystkich zawodników biorących udział w grze *Kulki* (11) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,
LUB
- poprawny sposób obliczenia liczby zawodników, którzy zdobyli więcej niż 20 punktów w grze *Kulki*,
LUB
- zapisanie liczby zawodników, którzy zdobyli więcej niż 20 punktów w grze *Kulki* (4) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>

Jeżeli uczeń tylko zapisze, że prawdopodobieństwo jest równe $\frac{4}{11}$, to otrzymuje 2 punkty.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 2 punkty

Obliczymy liczbę wszystkich zawodników biorących udział w grze *Kulki*:

$1 + 2 + 4 + 3 + 1 = 11$

Obliczymy liczbę wszystkich zawodników, którzy zdobyli ponad 20 punktów:

$3 + 1 = 4$

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany zawodnik zdobył ponad 20 punktów jest równe:

$\frac{4}{11}$

Odpowiedź: Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany zawodnik zdobył ponad 20 punktów jest równe $\frac{4}{11}$.

Zadanie 17. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby kubków w sześciu dużych opakowaniach, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (168)
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych par liczb określających liczby kubków w małych i dużych opakowaniach, w tym odpowiednio dla liczb 14 i 28 ***oraz*** prawidłowe obliczenie liczby kubków w sześciu dużych opakowaniach (168),
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania tylko dla liczb 14 i 28 ***oraz*** prawidłowe obliczenie liczby kubków w sześciu dużych opakowaniach (168).

2 punkty

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby kubków w dużym opakowaniu, np.
  $2d + 3d = 140$ lub zapisy równoważne

  LUB

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby kubków w małym opakowaniu, np.
  $4m + 6m = 140$ lub zapisy równoważne,

  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych par liczb określających liczbę kubków w małych i dużych opakowaniach, w tym odpowiednio dla liczb 14 i 28 bez obliczenia poprawnej liczby kubków w sześciu dużych opakowaniach.

1 punkt
- zapisanie dwóch poprawnych zależności między liczbą kubków w małym i dużym opakowaniu, np.
  $d = 2m$ **oraz** $2d + 6m = 140$

  albo

  $m = \frac{1}{2}d$ **oraz** $2d + 6m = 140$

  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych par liczb określających liczbę kubków w małych i dużych opakowaniach, innych niż liczby 14 i 28,
  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania tylko dla liczb 14 i 28 bez wskazania poprawnej liczby kubków w dużym opakowaniu.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Oznaczymy liczbę kubków w dużym opakowaniu jako d oraz liczbę kubków w małym opakowaniu jako m.
W dużym opakowaniu jest dwa razy więcej kubków niż w małym opakowaniu, zatem:

$d = 2m$, stąd $3d = 6m$

W dwóch dużych opakowaniach i sześciu małych jest łącznie 140 kubków, zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$2d + 6m = 140$$
$$2d + 3d = 140$$
$$5d = 140$$
$$d = 28$$

Obliczymy liczbę kubków w sześciu dużych opakowaniach:

$$28 \cdot 6 = 168$$

Odpowiedź: W sześciu dużych opakowaniach jest 168 kubków.

II sposób

W dwóch dużych opakowaniach i sześciu małych znajduje się łącznie 140 kubków:

$$2d + 6m = 140$$

W dużym opakowaniu jest dwa razy więcej kubków niż w małym:

$$d = 2m$$

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę kubków w dużym opakowaniu:

$$4m + 6m = 140$$

$$m = 14$$

$$d = 2 \cdot 14 = 28$$

Obliczymy liczbę kubków w sześciu dużych opakowaniach:

$$6 \cdot 28 = 168$$

Odpowiedź: W sześciu dużych opakowaniach jest 168 kubków.

III sposób

W małym opakowaniu jest dwa razy mniej kubków niż w dużym opakowaniu:

$$m = \frac{1}{2}d$$

Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$2d + 6m = 140$$

$$2d + 6 \cdot \frac{1}{2}d = 140$$

$$2d + 3d = 140$$

$$5d = 140$$

$$d = 28$$

Obliczymy liczbę kubków w sześciu dużych opakowaniach:

$$28 \cdot 6 = 168$$

Odpowiedź: W sześciu dużych opakowaniach jest 168 kubków.

IV sposób

Metoda prób i błędów

Liczba kubków w dużym opakowaniu	20	24	28	32
Liczba kubków w małym opakowaniu	10	12	14	16
Liczba kubków w 2 dużych i 6 małych opakowaniach	$40 + 60 = 100$	$48 + 72 = 120$	$56 + 84 = 140$	$64 + 96 = 160$
Wniosek	$100 < 140$ (za mało)	$120 < 140$ (za mało)	$140 = 140$ (dobrze)	$160 > 140$ (za dużo)

Obliczymy liczbę kubków w sześciu dużych opakowaniach:

$$28 \cdot 6 = 168$$

Odpowiedź: W sześciu dużych opakowaniach jest 168 kubków.

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole […] prostokąta, kwadratu […] przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, a także do wyznaczania długości odcinków […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola powierzchni wytyczonego kwietnika, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(24\ \text{m}^2)$.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości boków kwietnika, np. zapisanie:

  $9 - 2 \cdot 2{,}5$ ***oraz*** $9 - 2 \cdot 1{,}5$

  albo

  $6{,}5 - 2{,}5$ ***oraz*** $7{,}5 - 1{,}5$

  LUB

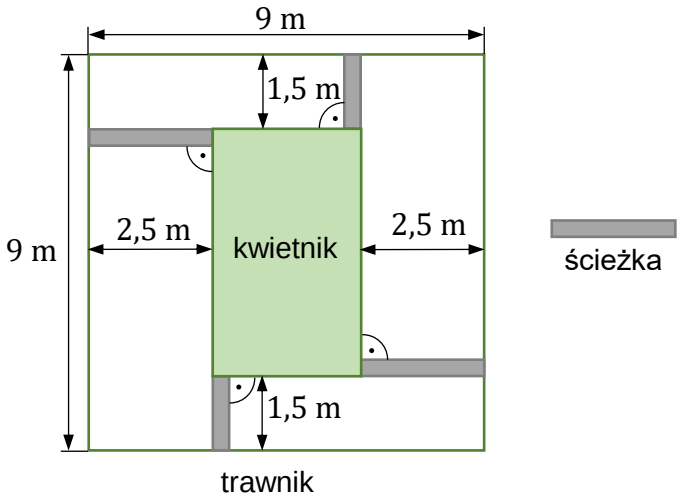
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole kwietnika jest różnicą pola trawnika o wymiarach $9\ \text{m} \times 9\ \text{m}$ i pól czterech pozostałych prostokątów, na które można podzielić trawnik, np.
  $P_{\text{kwietnika}} = 9^2 - (P_A + P_{\text{A}}' + P_B + P_{\text{B}}')$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
Oznaczymy na rysunku wymiary trawnika oraz długości ścieżek.



Obliczymy długość krótszego boku kwietnika:

$$9 - 2 \cdot 2{,}5 = 4\ (\text{m})$$

Obliczymy długość dłuższego boku kwietnika:

$$9 - 2 \cdot 1{,}5 = 6\ (\text{m})$$

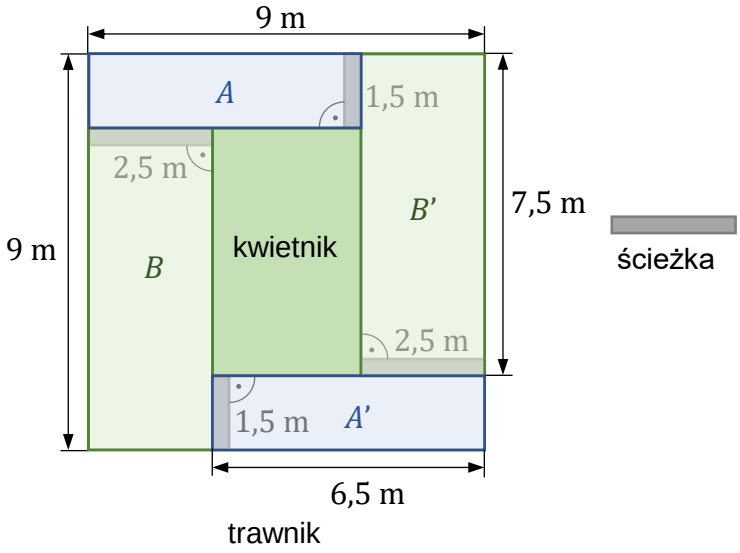
Obliczymy pole powierzchni kwietnika:

$$P = 4 \cdot 6 = 24\ (\text{m}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni kwietnika jest równe $24\ \text{m}^2$.

II sposób

Trawnik w kształcie kwadratu możemy podzielić na pięć prostokątów: A, A', B, B' oraz kwietnik.



Obliczymy długości dłuższych boków prostokątów A i A':

$$9 - 2{,}5 = 6{,}5$$

Obliczymy pola prostokątów A i A':

$$P_A = P_{A'} = 6{,}5 \cdot 1{,}5 = 9{,}75\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy długości dłuższych boków prostokątów B i B':

$$9 - 1{,}5 = 7{,}5$$

Obliczymy pola prostokątów B i B':

$$P_B = P_{B'} = 7{,}5 \cdot 2{,}5 = 18{,}75\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy pole powierzchni kwietnika:

$$P_{\text{kwietnika}} = P_{\text{trawnika}} - (P_A + P_{\mathrm{A}}' + P_B + P_{\mathrm{B}}')$$

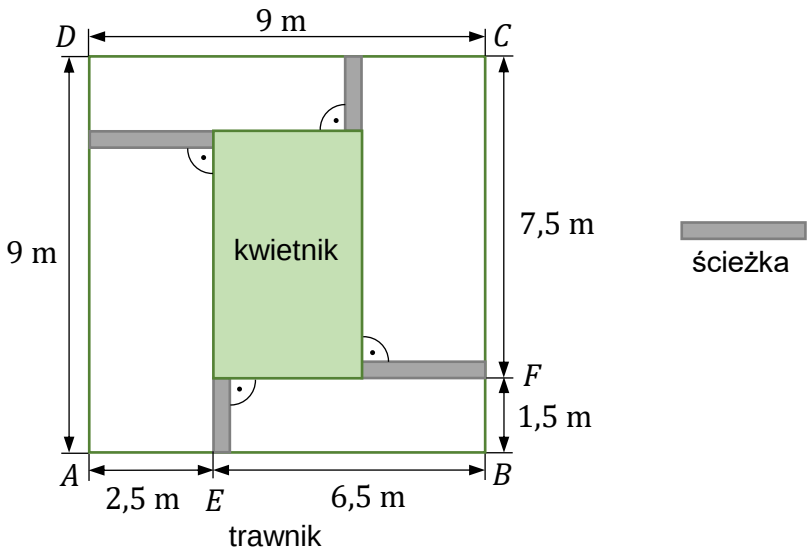
$$P_{\text{kwietnika}} = 9^2 - (2 \cdot 9{,}75 + 2 \cdot 18{,}75)$$

$$P_{\text{kwietnika}} = 81 - (19{,}5 + 37{,}5) = 81 - 57 = 24\ (\mathrm{m}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni kwietnika jest równe $24\ \mathrm{m}^2$.

III sposób

Trawnik w kształcie kwadratu ma wymiary $9\ \text{m} \times 9\ \text{m}$. Wierzchołki tego kwadratu oznaczymy jako $ABCD$. Zaznaczymy punkty E oraz F.



Obliczymy długość odcinka EB:

$$9 - 2{,}5 = 6{,}5\ (\text{m})$$

Obliczymy długość odcinka FC:

$$9 - 1{,}5 = 7{,}5\ (\text{m})$$

Obliczymy długości boków kwietnika:

$$|EB| - 2{,}5 = 6{,}5 - 2{,}5 = 4\ (\text{m})$$

$$|FC| - 1{,}5 = 7{,}5 - 1{,}5 = 6\ (\text{m})$$

Obliczymy pole powierzchni kwietnika:

$$P_{\text{kwietnika}} = 4 \cdot 6 = 24\ (\text{m}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni kwietnika jest równe $24\ \text{m}^2$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 5) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych i prawidłowych.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką objętości $(63\ \text{cm}^3)$.

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** długości krawędzi bocznej graniastosłupa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami lub otrzymanymi wartościami liczbowymi), np. zapisanie:

  $a = 30 - 27$ ***oraz*** $b = \big(27 - 2 \cdot (30 - 27)\big) : 3$ ***oraz*** $V = a^2 \cdot b$

  lub zapisy równoważne

  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) prawidłowych długości krawędzi podstawy ***oraz*** długości krawędzi bocznej graniastosłupa $(3\ \text{cm}\ \text{ i }\ 7\ \text{cm})$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa, tzn. zastosowanie wzoru na objętość i podstawienie wartości liczbowych do wzoru, np. zapisanie:

  $V = 3^2 \cdot 7$

  albo

  $V = a^2 \cdot b$, gdzie $a = 3$ ***oraz*** $b = 7$.

1 punkt

- zapisanie poprawnych zależności między długościami krawędzi graniastosłupa, np.

  $2a + 3b = 27$ ***oraz*** $3a + 3b = 30$

  LUB
- zapisanie różnicy między długościami krawędzi zaznaczonych na obu rysunkach ***oraz*** poprawny sposób obliczenia sumy długości krawędzi bocznych graniastosłupa zaznaczonych pogrubioną linią, np. zapisanie

  $30 - 27$ ***oraz*** $27 - (30 - 27) \cdot 2$ lub zapisy równoważne,

  LUB

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola podstawy graniastosłupa, np. zapisanie

  $30 - 27 = a$ ***oraz*** $P_p = a^2$ lub zapisy równoważne,

  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) poprawnych długości krawędzi podstawy i krawędzi bocznej graniastosłupa $(3\ \text{cm}$ i $7\ \text{cm})$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

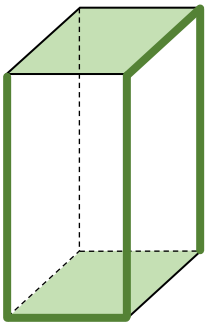
1. Jeżeli uczeń ustali nieprawidłowe długości dwóch krawędzi (np. zapisze na rysunku) bez zapisania sposobu obliczenia każdej z nich, to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli uczeń ustali nieprawidłową długość jednej krawędzi bez zapisania sposobu jej obliczenia, konsekwentnie obliczy długość drugiej krawędzi, korzystając z zależności wynikającej z warunków zadania i doprowadzi rozwiązanie zadania do końca
   a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
   b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.
3. Poprawność stosowania jednostek ocenia się tylko w wyniku końcowym.
4. Zapisanie niewłaściwej jednostki objętości lub brak jednostki objętości w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

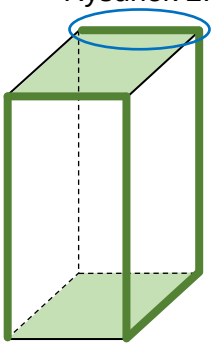
I sposób
Możemy zauważyć, że w porównaniu z rysunkiem 1. na rysunku 2. zaznaczono pogrubioną linią o jedną więcej krótszą krawędź graniastosłupa, a więc krótsza krawędź ma długość równą $3\ \text{cm}$, gdyż:

$$30\ \text{cm} - 27\ \text{cm} = 3\ \text{cm}$$

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Obliczymy sumę długości trzech krawędzi bocznych graniastosłupa zaznaczonych na rysunku 1. pogrubioną linią:

$$27 - (3 + 3) = 21\ (\text{cm})$$

Zatem długość jednej krawędzi bocznej graniastosłupa jest równa:

$$21 : 3 = 7\ (\text{cm})$$

Obliczymy objętość graniastosłupa:

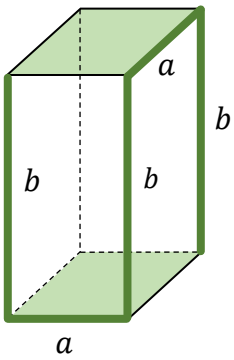
$$V = 3^2 \cdot 7 = 63\ (\text{cm}^3)$$

Odpowiedź: Objętość tego graniastosłupa jest równa $63\ \text{cm}^3$.

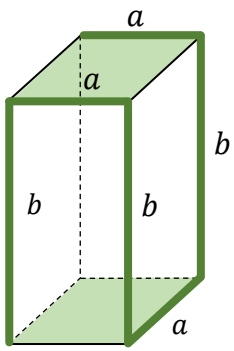
II sposób

Obliczymy wymiary graniastosłupa. Oznaczymy:
a – długość krawędzi podstawy graniastosłupa,
b – długość krawędzi bocznej graniastosłupa

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Obliczymy długość krawędzi podstawy graniastosłupa:

$2a + 3b = 27$ oraz $3a + 3b = 30$

$3a + 3b - 2a - 3b = 30 - 27$

$a = 3$

Obliczymy długość krawędzi bocznej graniastosłupa:

$2a + 3b = 27$

$a = 3$

$2 \cdot 3 + 3b = 27$

$3b = 27 - 6$

$3b = 21$

$b = 7$

Obliczymy pole podstawy graniastosłupa o krawędzi $a = 3\ \text{cm}$:

$P_p = 3^2 = 9\ (\text{cm}^2)$

Obliczymy objętość graniastosłupa:

$V = 9 \cdot 7 = 63\ (\text{cm}^3)$

Odpowiedź: Objętość tego graniastosłupa jest równa $63\ \text{cm}^3$.