CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty** **TEST DIAGNOSTYCZNY**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2412; OMAP-200-2412; OMAP-400-2412; OMAP-500-2412; OMAP-C00-2412; OMAP-K00-2412; OMAU-C00-2412
Termin egzaminu:	3 grudnia 2024 r.
Data publikacji dokumentu:	10 grudnia 2024 r.

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram […]. V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie (w przypadku gdy ułamki mają razem co najwyżej 6 cyfr różnych od zera) […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY VII i VIII** I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany; 4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY VII i VIII** II. Pierwiastki. Uczeń: 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BC

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na […] losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 6. (0−1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	**KLASY VII i VIII** X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1{,}5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY IV–VI** XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach […]. **KLASY VII i VIII** V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. **KLASY VII i VIII** IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole […] kwadratu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY IV–VI** VIII. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. **KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: […] rombu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	**KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów; 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując […] własności trójkątów równoramiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 5) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu. **KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych, prawidłowych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […]; 9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i czasie […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. **KLASY VII i VIII** XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń: 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16 – 21 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – OC)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	**KLASY IV–VI** II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 11) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia liczby uczestników festynu, którzy otrzymali i sok, i ciastko, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (15).

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) liczb 6 i 10
LUB
- ustalenie bez obliczeń, że co 30 osoba otrzyma i sok, i ciastko,
LUB
- zapisanie kilku początkowych kolejnych numerów uczestników, którzy otrzymali sok oraz zapisanie kilku początkowych kolejnych numerów uczestników, którzy otrzymali ciastko ***oraz*** wskazanie numeru uczestnika różnego od 1, który otrzyma i sok, i ciastko, np.
uczestnicy, którzy otrzymali sok: $1, 7, 13, 19, 25, (31), 37, \ldots$
uczestnicy, którzy otrzymali ciastko: $1, 11, 21, (31), 41, \ldots$
LUB
- ustalenie bez obliczeń, że drugą osobą, która otrzyma i sok, i ciastko jest uczestnik o numerze 31.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby 6:

$$6, 12, 18, 24, (30), 36, 42, \ldots$$

Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby 10:

$$10, 20, (30), 40, 50, 60, \ldots$$

Zauważymy, że najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb 6 i 10 jest liczba 30, czyli

$$\text{NWW}\,(6, 10) = 30$$

To oznacza, że co 30 osoba, licząc od pierwszej (tzn. 1, 31, 61, …) otrzymała i sok, i ciastko.

Obliczymy, na ile takich 30-osobowych grup można było podzielić 450 uczestników festynu:

$$450 : 30 = 15$$

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało 15 uczestników tego festynu.

II sposób

Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby 6:

$$6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots$$

Zauważymy, że najmniejszą wielokrotnością liczby 6, podzielną przez 10 jest liczba 30.
Czyli spośród każdych kolejnych 30 osób pierwsza osoba otrzymała i sok, i ciastko.

Obliczymy, na ile 30-osobowych grup można podzielić 450 uczestników festynu:

$$450 : 30 = 15$$

Pierwsza osoba w każdej z tych piętnastu 30-osobowych grup otrzymała i sok, i ciastko, zatem 15 osób otrzymało i sok, i ciastko.

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało 15 uczestników tego festynu.

III sposób

Wypiszemy kilka początkowych numerów uczestników, którzy otrzymali sok:

$$1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, \ldots$$

Wypiszemy kilka początkowych numerów uczestników, którzy otrzymali ciastko:

$$1, 11, 21, 31, 41, \ldots$$

Zauważymy, że sok i ciastko otrzymuje co 30 osoba, czyli:

$$1,\ 31,\ 61,\ 91,\ 121,\ 151,\ 181,\ 211,\ 241,\ 271,\ 301,\ 331,\ 361,\ 391,\ 421,\ \sout{451}$$

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało 15 uczestników tego festynu.

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	**KLASY IV–VI** IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty […] równoboczne […]. **KLASY VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych. IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne. VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) przeprowadza dowody geometryczne […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia długości boków AC oraz AB lub BC oraz AB trójkąta ABC, prawidłowe obliczenia, prawidłowy wynik liczbowy (48) ***oraz*** zapisanie wniosku, że trójkąt ABC jest równoboczny.

2 punkty
poprawny sposób obliczenia długości jednego boku trójkąta ABC.

1 punkt
zapisanie poprawnego równania, prowadzącego do obliczenia niewiadomej x, np. $3x - 12 = 88 - 2x$

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi
1. Jeżeli uczeń sprawdza warunki zadania dla konkretnej wartości zmiennej x, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli uczeń w wyniku błędu rachunkowego otrzymuje, że długość jednego z boków jest liczbą ujemną, to za rozwiązanie zadania może maksymalnie otrzymać 1 punkt.
3. Jeżeli uczeń rozwiązuje równanie $1{,}5x + 18 = 88 - 2x$ lub $1{,}5x + 18 = 3x - 12$ i bez błędów rachunkowych doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to otrzymuje 3 punkty. Jeśli nie doprowadza rozwiązania zadania do końca lub na którymkolwiek etapie popełnia błąd rachunkowy, to otrzymuje 0 punktów.

4. Jeżeli uczeń rozwiązuje trzy równania:
   $1{,}5x + 18 = 88 - 2x$ ***oraz*** $1{,}5x + 18 = 3x - 12$ ***oraz*** $3x - 12 = 88 - 2x$
   i na podstawie otrzymanej wartości zmiennej x, formułuje poprawny wniosek o równości boków trójkąta ABC, to otrzymuje 3 punkty.
5. Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Długość boku AC w tym trójkącie jest równa długości boku BC, zatem zapiszemy równanie:

$$3x - 12 = 88 - 2x$$
$$5x = 100$$
$$x = 20$$

Obliczymy długości boków trójkąta ABC:

$$|AC| = 3 \cdot 20 - 12 = 60 - 12 = 48$$
$$|BC| = 88 - 2 \cdot 20 = 88 - 40 = 48$$
$$|AB| = 1{,}5 \cdot 20 + 18 = 30 + 18 = 48$$

$$|AC| = |BC| = |AB| = 48$$

Boki tego trójkąta są jednakowej długości, zatem trójkąt ABC jest równoboczny.

II sposób

Długość boku AC w tym trójkącie jest równa długości boku BC, zatem zapiszemy równanie:

$$3x - 12 = 88 - 2x$$
$$5x = 100$$
$$x = 20$$

Stąd wynika, że bok AB ma długość:

$$1{,}5x + 18 = 1{,}5 \cdot 20 + 18 = 48$$

Obliczymy długość boku AC:

$$3x - 12 = 60 - 12 = 48$$

Wiadomo, że $|AC| = |BC| = 48$ oraz $|AB| = 48$, zatem trójkąt ABC jest równoboczny.

Boki tego trójkąta są jednakowej długości, zatem trójkąt ABC jest równoboczny.

Zadanie 18. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: […] trapezu, przedstawionych[ego] na rysunku […]. **KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola trapezu, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(204\ \text{cm}^2)$.

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AE, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości podstawy AB trapezu, np. zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego, ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trapezu (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami lub długościami odcinków otrzymanymi w wyniku zastosowania poprawnego sposobu ich obliczenia), np.

  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ ***oraz*** $12\ \text{cm} + 2 \cdot |AE| = |AB|$ ***oraz*** $P = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |DE|}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  albo

  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ ***oraz*** $12\ \text{cm} + 2 \cdot 5\ \text{cm} = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka AE $(5\ \text{cm})$ ***oraz*** ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości podstawy AB trapezu $(22\ \text{cm})$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trapezu (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami lub poprawnymi wartościami liczbowymi), np. zapisanie:

  $|AE| = 5\ \text{cm}$ ***oraz*** $|AB| = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |DE|}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  albo

  $|AE| = 5\ \text{cm}$ ***oraz*** $|AB| = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2}$

  (lub zapisy równoważne),
  LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego AED o przyprostokątnej $12\ \text{cm}$, pola trójkąta przystającego do niego i pola kwadratu

o boku długości $12\ \text{cm}$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości odcinka AE, np. zapisanie:

$P_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot 12 + 12^2$ ***oraz*** $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ (lub zapisy równoważne).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AE, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie:
  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$
  LUB
- zapisanie, że długość odcinka AE jest równa $5\ \text{cm}$ (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,
  LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, wzoru na pole trapezu z uwzględnieniem długości podstawy CD trapezu, wysokości DE oraz zależności między długościami podstaw trapezu $ABCD$, np.
  $P = \frac{(12 + 12 + 2 \cdot |AE|) \cdot 12}{2}$
  LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego AED o przyprostokątnej $12\ \text{cm}$, pola trójkąta przystającego do niego i pola kwadratu o boku długości $12\ \text{cm}$, np.
  $P_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot 12 + 12^2$ (lub zapisy równoważne).

0 punktów

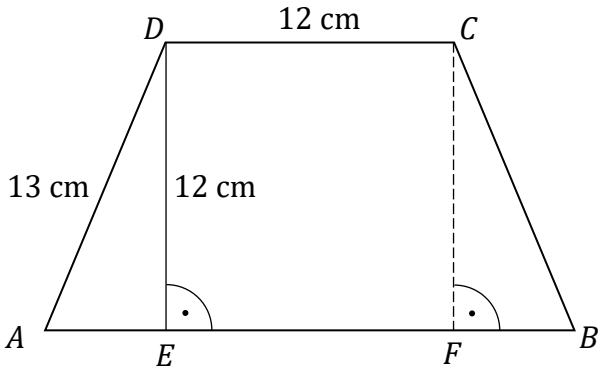
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>

Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób



Obliczymy długość odcinka AE z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$

Ponieważ trapez $ABCD$ jest równoramienny, to $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.
Obliczymy długość podstawy AB trapezu:

$$|AB| = 12\ \text{cm} + 2 \cdot 5\ \text{cm} = 22\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$:

$$P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2} = 204\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

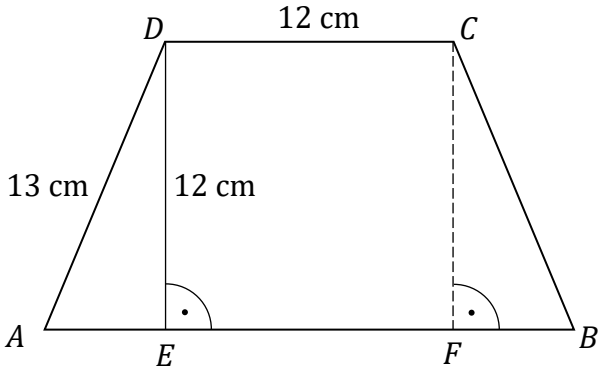
II sposób

Obliczymy pole kwadratu $EFCD$:

$$P_{EFCD} = 12^2 = 144\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy długość odcinka AE
z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$



Trapez $ABCD$ jest równoramienny, zatem $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.
Zauważymy, że trójkąty AED i BFC są przystające. Obliczymy pole trójkąta AED oraz pole trójkąta BFC:

$$P_{AED} = P_{BFC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$ jako sumę pól dwóch trójkątów prostokątnych AED i BFC oraz pola kwadratu $EFCD$:

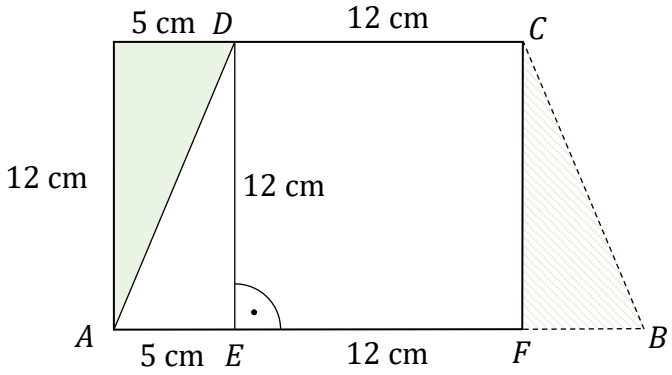
$$P_{ABCD} = 2 \cdot P_{AED} + P_{EFCD}$$
$$P = 2 \cdot 30\ \text{cm}^2 + 144\ \text{cm}^2 = 204\ \text{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

III sposób

Obliczymy długość odcinka AE z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$



Ponieważ trapez $ABCD$ jest równoramienny, to $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.

Zauważymy, że trójkąt prostokątny BFC jest przystający do trójkąta prostokątnego AED. Z tych trójkątów i z kwadratu o boku długości $12\ \text{cm}$ można zbudować prostokąt o polu równym polu trapezu $ABCD$.
Obliczymy pole otrzymanego prostokąta:

$$P_{ABCD} = P_{prostokąta} = 12 \cdot 17 = 204\ \text{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY IV–VI** XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. **KLASY VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia ceny butów ***oraz*** poprawny sposób obliczenia ceny nart, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowe wyniki liczbowe (buty: 1200 zł, narty: 1700 zł)

2 punkty
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia ceny butów ***oraz*** ceny nart
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą, prowadzącego do obliczenia ceny butów ***oraz*** poprawny sposób obliczenia ceny nart, np.
  $500 = b - 700$ ***oraz*** $n = b + 500$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- zapisanie poprawnych zależności między ceną nart i ceną butów ***oraz*** zapisanie ceny butów bez przedstawienia sposobu jej obliczenia np.
  $n = b + 500$ ***oraz*** $b = 1200$ (lub zapisy równoważne).

1 punkt
- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia ceny butów
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą, prowadzącego do obliczenia ceny butów, np.
  $500 = b - 700$
  LUB
- zapisanie poprawnych zależności między cenami kasku, butów i nart, np.
  $n + k = n + b - 700$ ***oraz*** $b + k = n$ (lub zapisy równoważne).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Skoro narty i kask kosztują o 700 zł mniej niż narty i buty, to oznacza, że buty są o 700 zł droższe od kasku czyli kosztują:

$$700 + 500 = 1200 \text{ (zł)}$$

Ponieważ narty kosztują tyle, co buty i kask razem, to oznacza, że ich cena jest równa:

$$1200 + 500 = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują 1700 zł, a buty kosztują 1200 zł.

II sposób

Oznaczymy cenę nart jako n oraz cenę butów jako b.
Kask kosztuje 500 złotych.

Narty i kask kosztują razem o 700 zł mniej niż narty i buty, więc zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$n + 500 = n + b - 700$$
$$500 = b - 700$$
$$b = 700 + 500$$
$$b = 1200 \text{ (zł)}$$

Wiadomo, że buty i kask kosztują razem tyle co narty, czyli

$$n = b + 500$$
$$n = 1200 + 500$$
$$n = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują 1700 zł, a buty kosztują 1200 zł.

III sposób

Oznaczymy cenę kasku jako k, cenę nart jako n oraz cenę butów jako b.
Kask kosztuje 500 złotych:

$$k = 500$$

Buty i kask kosztują razem tyle co narty:

$$n = b + k$$

zatem:

$$n = b + 500$$

Narty i kask kosztują razem o 700 zł mniej niż narty i buty:

$$n + k = n + b - 700$$

Obliczymy, ile kosztują buty. Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$b + 500 + 500 = b + 500 + b - 700$$
$$1000 = 500 + b - 700$$

$$b = 1200 \text{ (zł)}$$

Obliczymy, ile kosztują narty:

$$n = 1200 + 500$$
$$n = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują 1700 zł, a buty kosztują 1200 zł.

Zadanie 20. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**KLASY IV–VI** X. Bryły. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych […]. **KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola powierzchni bocznej graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (216 cm^2).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** wysokości graniastosłupa, np. zapisanie
  $a = 18 \text{ (cm)} : 3$ ***oraz*** $H = 1{,}5 \cdot a$
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi podstawy ***oraz*** wysokości graniastosłupa
  $a = 6 \text{ (cm)}$ ***oraz*** $H = 9 \text{ (cm)}$,
  LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, poprawnego wzoru na pole powierzchni bocznej graniastosłupa, np.
  $P_b = (18 + a) \cdot 1{,}5a$ gdzie a oznacza długość krótszej krawędzi graniastosłupa
  albo
  $P_b = 4 \cdot 6 \cdot H$
  albo
  $P_b = \frac{4}{3} \cdot 18 \cdot H$ (lub zapisy równoważne).

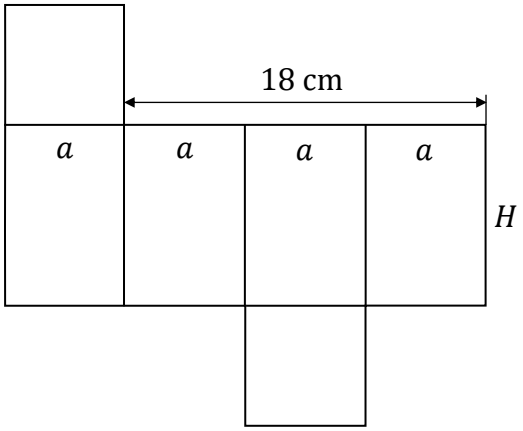
0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat. Oznaczymy na rysunku długość krótszej krawędzi tego graniastosłupa jako a.



Obliczymy długość krawędzi a graniastosłupa:

$$3a = 18$$

$$a = 6\ (\text{cm})$$

Obliczymy wysokość H graniastosłupa:

$$H = 1{,}5 \cdot a = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 4 \cdot a \cdot H = 4 \cdot 6 \cdot 9$$

$$P_b = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

II sposób

Suma długości trzech krótszych krawędzi graniastosłupa jest równa $18\ \text{cm}$, zatem długość jednej krawędzi jest równa $6\ \text{cm}$, a długość czterech krawędzi to $24\ \text{cm}$.

Wysokość graniastosłupa jest $1{,}5$ razy większa od długości krótszej krawędzi, zatem:

$$H = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 24 \cdot H = 24 \cdot 9 = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

III sposób

Suma długości trzech krótszych krawędzi graniastosłupa jest równa $18\ \text{cm}$, zatem długość jednej krawędzi jest równa $6\ \text{cm}$.

Wysokość graniastosłupa jest $1{,}5$ razy większa od długości krótszej krawędzi, zatem:

$$H = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni jednej ściany bocznej graniastosłupa:

$$P = 6 \cdot 9 = 54\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 54 \cdot 4 = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 2) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia liczby kostek lodu wyprodukowanych przez urządzenie, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (500).

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia objętości wody w jednej foremce, np. zapisanie:
  $0{,}75 \cdot 8$ albo $\frac{3}{4} \cdot 8$ albo $\frac{75\% \cdot 8}{100\%}$
  LUB
- ustalenie bez obliczeń objętości wody w jednej foremce $(6\ \text{cm}^3)$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 2 punkty

Obliczymy objętość wody w jednej foremce:

$$\frac{3}{4} \cdot 8 = 6\ (\text{cm}^3)$$

Obliczymy liczbę kostek lodu, które może wyprodukować urządzenie z $3000\ \text{cm}^3$ wody:

$$3000\ (\text{cm}^3) : 6\ (\text{cm}^3) = 500$$

Odpowiedź: To urządzenie wyprodukuje 500 kostek lodu z $3000\ \text{cm}^3$ wody.